

Kordamine VÖRRANDID

Lahenda võrrandid

1. $(4x - 1)(x + 3) = 5x(0,8x + 2)$ Vastus: 3
 2. $(3x - 1)^2 = 9x(x - 4) - 89$ Vastus: -3
 3. $x + \frac{1+x}{3} = \frac{1}{2}$ Vastus: $\frac{1}{8}$
 4. $\frac{4}{x^2-4} + \frac{1}{(x+2)^2} = \frac{1}{x-2}$ Vastus: -1
 5. $|x| = x$ Vastus: $x \geq 0$
 6. $|x - 1| = x$ Vastus: $x = \frac{1}{2}$
 7. $\sqrt{5x + 1} = \sqrt{2x + 10}$ Vastus: 3
 8. $\sqrt{x + 1} + x = 11$ Vastus: 8
 9. $\sqrt{x + 1} + x - 5 = 0$ Vastus: 3
 10. $\sqrt{x + 7} - \sqrt{x - 5} - 2 = 0$ Vastus: 9
 11. $|x^2 + 2x - 3| = x + 3$ Vastus: 0 ja 2
-

■ Kordamine | VÖRRANDID

1) $(4x-1)(x+3) = 5x(0,8x+2)$ $f(x) = (4x-1)(x+3)$ $g(x) = 5x(0,8x+2)$

Haukame otsima x väärtusi, kus $f(x) = g(x)$. MP $x \in \mathbb{R}$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow (4x-1)(x+3) = 5x(0,8x+2) \Leftrightarrow 4x^2 + 12x - x - 3 = 4x^2 + 10x$$

$$\Leftrightarrow 12x - x - 10x = 3 \Leftrightarrow x = 3$$

Vastus: Võrandi lahendiks on $x = 3$

2) $(3x-1)^2 = 9x(x-4) - 89$ $f(x) = (3x-1)^2$, $g(x) = 9x(x-4) - 89$

Määramispiirkonnaks: (MP) $x \in \mathbb{R}$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow (3x-1)^2 = 9x(x-4) - 89 \Leftrightarrow 9x^2 - 6x + 1 = 9x^2 - 36x - 89$$

$$\Leftrightarrow -6x + 36x = -89 - 1 \Leftrightarrow 30x = -90 \quad | : 30 \Leftrightarrow x = -3$$

Vastus: Võrandi lahendiks on $x = -3$

3) $x + \frac{1+x}{3} = \frac{1}{2}$ **TEGU EI OLE MURDVÖRRANDIGA, SEST MUUTUJAT EI OLE NIHETAJAS.**

$$f(x) = x + \frac{1+x}{3} \quad g(x) = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x + \frac{1+x}{3} = \frac{1}{2} \quad | \cdot 6 \Leftrightarrow 6x + 2(1+x) = 3$$

$$\Leftrightarrow 6x + 2 + 2x = 3 \Leftrightarrow 8x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{8}$$

4) $\frac{4}{x^2-4} + \frac{1}{(x+2)^2} = \frac{1}{x-2}$ **TEGU ON MURDVÖRRANDIGA**

$$f(x) = \frac{4}{x^2-4} + \frac{1}{(x+2)^2} \quad g(x) = \frac{1}{x-2} \quad \text{MÄÄRAMISPIIRKOND: } x \neq 2, x \neq -2$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{4(x+2) + x-2 - (x+2)^2}{(x-2)(x+2)^2} = 0 \Leftrightarrow \frac{4x+8+x-2 - (x^2+4x+4)}{(x-2)(x+2)^2} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x+8+x-2-x^2-4x-4 = 0 \Leftrightarrow -x^2+x+2 = 0 \quad | \cdot (-1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2-x-2 = 0 \quad \Leftrightarrow \begin{cases} x_1+x_2 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 2 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$


Lahend $x_1 = 2$ ei sobi, kuna ei kuulu määramispiirkonda

Kontrollime lahendit $x = -1$. $f(-1) = -\frac{4}{3} + \frac{1}{1} = -\frac{1}{3}$ $g(-1) = \frac{1}{-1-2} = -\frac{1}{3}$

Vastus: Võrandi lahendiks on $-\frac{1}{3}$

5) $|x| = x$, $f(x) = |x|$, $g(x) = x$ Määramispiirkond $x \in \mathbb{R}$

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow |x| = x$ Nullkoht: $x=0$



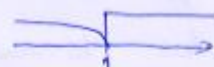
Kui $x < 0$, siis $-x = x \Leftrightarrow -2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (ei kuulu piirkonda)

Kui $x \geq 0$, siis $x = x \Leftrightarrow 0 = 0$ (samasus iga x väärtuse korral)

Vastus: Võnandi lahenditeks on $x \geq 0$

6) $|x-1| = x$, $f(x) = |x-1|$, $g(x) = x$

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow |x-1| = x$ Nullkoht: $x=1$



Kui $x < 1$, siis $|x-1| = x \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} -(x-1) = x \Leftrightarrow -x+1 = x \Leftrightarrow -2x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ (kuulub piirkonda $x < 1$)

Kui $x \geq 1$, siis $|x-1| = x \stackrel{\text{def}}{\Leftrightarrow} x-1 = x \Leftrightarrow x-x-1 = 0 \Leftrightarrow -1 = 0$
(Piirkonnas $x \geq 1$ lahendit pole)

KONTROLL: $f(\frac{1}{2}) = |\frac{1}{2}-1| = |-\frac{1}{2}| = \frac{1}{2}$, $g(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2} \Rightarrow f(\frac{1}{2}) = g(\frac{1}{2})$

Vastus: Võnandi lahenditeks on $x = \frac{1}{2}$

7) $\sqrt{5x+1} = \sqrt{2x+10}$ $f(x) = \sqrt{5x+1}$ $g(x) = \sqrt{2x+10}$

JUURVÕRRANDITEL VÕIB TEKKIDA SEOSEB RUUTU TÕSTMISEGA VÕÖRLAHENDEID!

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \sqrt{5x+1} = \sqrt{2x+10} \quad |(\)^2 \Rightarrow 5x+1 = 2x+10 \Leftrightarrow 3x = 9 \quad | :3$
 $\Leftrightarrow x = 3$

KONTROLL: $f(3) = g(3) \Leftrightarrow \sqrt{16} = \sqrt{16} \Leftrightarrow 4 = 4$

Vastus: kuna $f(3) = g(3)$, siis $x = 3$ on ülesande lahendiks

8) $\sqrt{x+1} + x = 11$ $f(x) = \sqrt{x+1} + x$, $g(x) = 11$

$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \sqrt{x+1} + x = 11 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 11-x \quad |(\)^2 \Rightarrow x+1 = 121 - 22x + x^2 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow x^2 - 22x + 121 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 23x + 120 = 0$ Vaata täpsemalt $\begin{cases} x_1 + x_2 = 23 \\ x_1 \cdot x_2 = 120 \end{cases} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 8 \\ x_2 = 15 \end{cases}$

Kontroll: $f(8) = \sqrt{8+1} + 8 = 11$, $g(8) = 11 \Rightarrow f(8) = g(8)$

$f(15) = \sqrt{15+1} + 15 = 19$, $g(15) = 11 \Rightarrow f(15) \neq g(15)$

Vastus: Võnandi lahenditeks on $x = 8$.

$$9) \sqrt{x+1} + x - 5 = 0 \quad f(x) = \sqrt{x+1} + x - 5 \quad g(x) = 0$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \sqrt{x+1} + x - 5 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 5 - x \quad |(\)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+1 = 25 - 10x + x^2 \Leftrightarrow x^2 - 11x + 24 = 0$$

$$\text{Viete teoreemist: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 11 \\ x_1 \cdot x_2 = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 8 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

$$\text{KONTROLL: } f(8) = \sqrt{8+1} + 8 - 5 = 3 + 8 - 5 = 6 \quad g(8) = 0 \Rightarrow f(8) \neq g(8)$$

$$f(3) = \sqrt{3+1} + 3 - 5 = 2 + 3 - 5 = 0 \quad g(3) = 0 \Rightarrow f(3) = g(3)$$

Vastus: Võrandi lahendiks on $x = 3$

$$10) \sqrt{x+7} - \sqrt{x-5} - 2 = 0 \quad f(x) = \sqrt{x+7} - \sqrt{x-5} - 2 \quad g(x) = 0$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \sqrt{x+7} - \sqrt{x-5} - 2 = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+7} = 2 + \sqrt{x-5} \quad |(\)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x+7 = (2 + \sqrt{x-5})^2 \Leftrightarrow x+7 = 4 + 4\sqrt{x-5} + x-5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 8 = 4\sqrt{x-5} \quad | :4 \Leftrightarrow \sqrt{x-5} = 2 \quad |(\)^2 \Rightarrow x-5 = 4 \Leftrightarrow x = 9$$

$$\text{Kontroll: } f(9) = \sqrt{16} - \sqrt{4} - 2 = 4 - 2 - 2 = 0 \quad g(9) = 0 \Rightarrow f(9) = g(9)$$

Vastus: Võrandi lahendiks on $x = 9$

$$11) |x^2 + 2x - 3| = x + 3 \quad f(x) = |x^2 + 2x - 3| \quad g(x) = x + 3$$

$$\text{Nullkohad: } \begin{array}{c} x^2 + 2x - 3 \\ \curvearrowright \\ x \end{array}$$

Lahendame selleks võrandi $x^2 + 2x - 3 = 0$,

saame vastuseks $x_1 = -3$, $x_2 = 1$. Kanname selle graafikule ja

märgime pütkonnad:



$$\text{Kui } x < -3, \text{ siis } |x^2 + 2x - 3| = x + 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = x + 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 2 \end{cases} \text{ kuna } x < -3, \text{ ei sobi kunagi lahend}$$

$(|x^2 + 2x - 3|)$ testimisel proovige mõndega $x < -3$ (näiteks -4) absoluutväärtuse sisse. Kui sisse on negatiivne, tuleb „-“ ette, muuten „+“.

$$\text{Kui } -3 \leq x < 1, \text{ siis } |x^2 + 2x - 3| = x + 3 \Leftrightarrow \overset{\text{testime } 0}{-(x^2 + 2x - 3)} = x + 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -x^2 - 2x + 3 = x + 3 \Leftrightarrow -x^2 - 3x = 0 \quad |(-1) \Leftrightarrow x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x(x+3) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 3 \end{cases} \text{ 3 ei sobi, sest ei kuulu pütkonda. 0 sobib.}$$

$$\text{Kui } x \geq 1, \text{ siis } x^2 + 2x - 3 = x + 3 \Leftrightarrow x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \text{ EI SOB!} \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

VA KONTROLL! VASTUS: Võrandi lahendiks on $x_1 = 0$ ja $x_2 = 2$